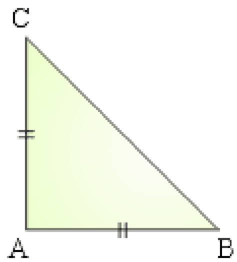
1 .



Keliling segitiga ABC pada gambar adalah 8 cm. Panjang sisi AB = ...

A . $4\sqrt{2}$

B . $(4 - \sqrt{2})$ cm

C . $(4 - 2\sqrt{2})$ cm

D . $(8 - 2\sqrt{2})$ cm

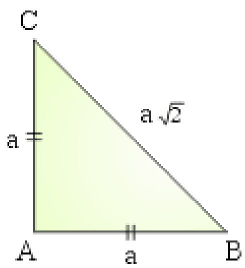
E . $(8 - 4\sqrt{2})$ cm

Jawaban : E

Penyelesaian :

Diketahui segitiga sama kaki = AB = AC

Misalkan : AB = AC = a



$BC^2 = a^2 + a^2 = 2\ a^2$

$BC = a\sqrt{2}$

Keliling = AB + BC + AC

$8 = a + a\sqrt{2} + a$

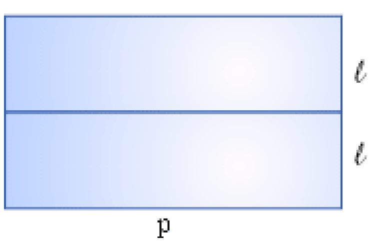
$8 = 2a + a\sqrt{2}$

$8 = a(2 + \sqrt{2})$

$$a = \frac{8}{2+\sqrt{2}} = \frac{8}{2+\sqrt{2}} \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{8(2-\sqrt{2})}{4-2}$$

$$= \frac{16-8\sqrt{2}}{2} = 8 - 4\sqrt{2}$$

2 . Kawat sepanjang 120 m akan dibuat kerangka seperti pada gambar di bawah ini.

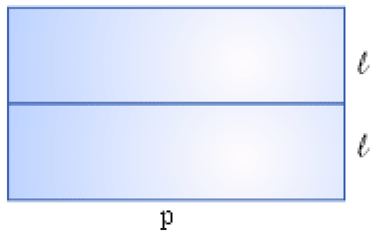


Agar luasnya maksimum, pajang kerangka (p) tersebut adalah ....

A . 16 m
B . 18 m
C . 20 m
D . 22 m
E . 24 m

Jawaban : C

Penyelesaian :



Panjang kawat = $3p + 4\ell = 120$

$4\ell = 120 - 3p$

$\ell = 30 - \frac{3}{4}p$

Luas = $2 \cdot p \cdot \ell = 2p\left(30 - \frac{3}{4}p\right) = 60p - \frac{3}{2}p^2$

Untuk mencari luas maksimum, cari turunan dari luas.

$L' = 0$
$60 - 3p = 0$
$3p = 60$
$p = 20$ m

3 . Tujuh tahun yang lalu umur ayah sama dengan 6 kali umur Budi. Empat tahun yang akan datang 2 kali umur ayah sama dengan 5 kali umur Budi ditambah 9 tahun. Umur ayah sekarang adalah ....

A . 39 tahun
B . 43 tahun
C . 49 tahun
D . 54 tahun
E . 78 tahun

Jawaban : B

Penyelesaian :

Misalkan : Umur ayah = x
Umur budi = y

Tujuh tahun yang lalu umur ayah sama dengan 6 kali umur budi.

$x - 7 = 6(y - 7)$
$x - 7 = 6y - 42$
$x = 6y - 35$ .... (1)

Empat tahun yang akan datang 2 kali umur ayah sama dengan 5 kali umur budi di tambah 9

$2(x + 4) = 5(y + 4) + 9$
$2x + 8 = 5y + 20 + 9$
$2x + 8 = 5y + 29$
$2x = 5y + 21$ $\rightarrow$ Masukkan persamaan (1)

$2(6y - 35) = 5y + 21$
$12y - 70 = 5y + 21$
$12y - 5y = 70 + 21$
$7y = 91$
$y = 13$

$x = 6y - 35$
$x = 6 \times 13 - 35$
$x = 78 - 35$
$x = 43$

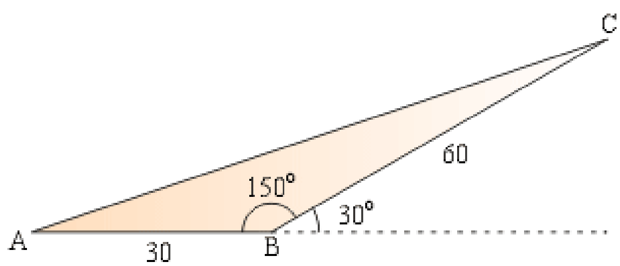
Jadi umur ayah adalah 43 tahun

4 . Sebuah kapal berlayar ke arah timur sejauh 30 mil. Kemudian kapal melanjutkan perjalanan dengan arah 030° sejauh 60 mil. Jarak kapal terhadap posisi saat kapal berangkat adalah ....

A . $10\sqrt{37}$ mil
B . $30\sqrt{7}$ mil
C . $30\sqrt{(5+2\sqrt{2})}$ mil
D . $30\sqrt{(5+2\sqrt{3})}$ mil
E . $30\sqrt{(5-2\sqrt{3})}$ mil

Jawaban : D

Penyelesaian :



$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 .AB.BC. \cos \angle ABC$
$AC^2 = 30^2 + 60^2 - 2 . 30 . 60 . \cos 150°$
$AC^2 = 900 + 3600 - 3600 . (-\frac{1}{2}\sqrt{3})$
$AC^2 = 4500 + 1800\sqrt{3}$
$AC = \sqrt{4500+1800\sqrt{3}} = \sqrt{900\ (5+2\sqrt{3})}$
$AC = 30\sqrt{(5+2\sqrt{3})}$

5 . Nilai dari tan 165° = ...

A . $1 - \sqrt{3}$
B . $-1 + \sqrt{3}$
C . $-2 + \sqrt{3}$
D . $2 - \sqrt{3}$
E . $2 + \sqrt{3}$

Jawaban : C

Penyelesaian :

$$\tan 165^\circ = -\tan(180^\circ - 165^\circ) = -\tan 15^\circ$$

$$= -\tan(45^\circ - 30^\circ) = -\frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$$

$$= -\frac{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}} = -\frac{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}} \cdot \frac{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}}$$

$$= -\frac{(1 - \frac{1}{3}\sqrt{3})^2}{1 - \frac{1}{3}} = -\frac{1 - \frac{2}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}$$

$$= -\frac{\frac{4}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3}}{\frac{2}{3}} = -(2 - \sqrt{3}) = -2 + \sqrt{3}$$

6 . Nilai x yang memenuhi pertidaksamaan :

$2 \log x \leqslant \log (2x + 5) + 2 \log 2$ adalah ....

A . $-\frac{5}{2} < x \leqslant 10$

B . $-2 \leqslant x \leqslant 10$

C . $0 < x \leqslant 10$

D . $-2 < x < 0$

E . $-\frac{5}{2} \leqslant x < 0$

Jawaban : C

Penyelesaian :

$2 \log x \leqslant \log (2x + 5) + 2 \log 2$

$\log x^2 \leqslant \log (2x + 5) + \log 2^2$

$\log x^2 \leqslant \log (2x + 5) + \log 4$

$\log x^2 \leqslant \log (2x + 5) . 4$

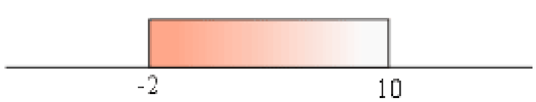
$\log x^2 \leqslant \log (8x + 20)$

$x^2 \leqslant 8x + 20$

$x^2 8x + 20 \leqslant 0$

$(x - 10)(x + 2) \leqslant 0$

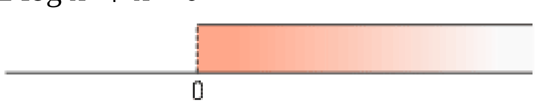
$x_1 = 10$, dan $x_2 = -2$



.... (1)

Syarat logaritma $^a\log b$: $b > 0$

$2 \log x \rightarrow x > 0$



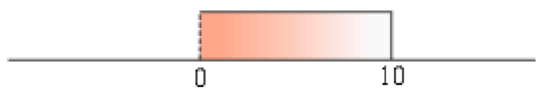
.... (2)

$\log (2x + 5) \rightarrow 2x + 5 > 0$

$$x > -\frac{5}{2}$$

.... (3)

Gabungan (1), (2), dan (3) :



$$0 < x \leqslant 10$$

7 . Sebuah kotak berisi 5 bola merah, 4 bola biru, dan 3 bola kuning. Dari dalam kotak diambil 3 bola sekaligus secara acak. Peluang terambil 2 bola merah dan 1 bola biru adalah ....

A . $\frac{1}{10}$

D . $\frac{2}{11}$

B . $\frac{5}{36}$

E . $\frac{4}{11}$

C . $\frac{1}{6}$

Jawaban : D

Penyelesaian :

Diketahui : 5 bola merah, 4 bola biru, 3 bola kuning

Jumlah total bola = 5 + 4 + 3 = 12 bola

Peluang terambil 2 bola merah :

$$C_2^5 = \frac{5!}{(5-2)!\,.\,2!} = \frac{5!}{3!\,.\,2!} = \frac{4\,.\,5}{2} = 10$$

Peluang terambil 1 bola biru :

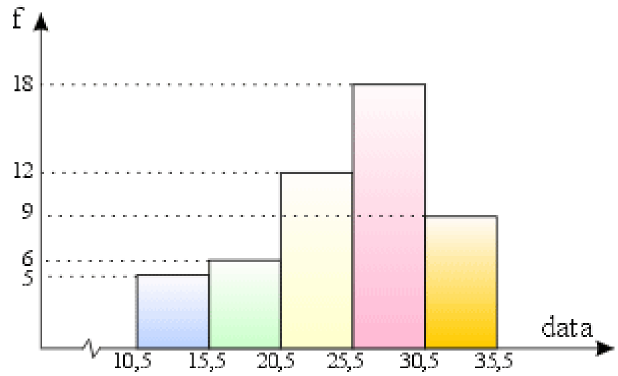
$$C_1^4 = \frac{4!}{(4-1)!\,.\,1!} = \frac{4!}{3!\,.\,1!} = \frac{4}{1} = 4$$

Peluang terambil 3 bola dari 12 bola :

$$C_3^{12} = \frac{12!}{(12-3)!\,.\,3!} = \frac{12!}{9!\,.\,3!} = \frac{10.11.12}{6} = 220$$

Jadi peluang terambil 2 bola merah dan 1 bola biru :

$$\frac{C_2^5\,.\,C_1^4}{C_3^{12}} = \frac{10\,.\,4}{220} = \frac{40}{220} = \frac{2}{11}$$

8 . 

Nilai rataan dari data pada diagram di atas adalah ....

A . 23
B . 25
C . 26
D . 28
E . 30

Jawaban : B

Penyelesaian :

Buat tabel seperti di bawah ini :

Data	Nilai tengah (x)	Frek (f)	f . x
11-15	13	5	65
16-20	18	6	108
21-25	23	12	276
26-30	28	18	504
31-35	33	9	297
		50	1.250

Rata-rata = $\frac{\sum f \cdot x}{\sum f} = \frac{1.250}{50} = 25$

9 . Persamaan lingkaran yang berpusat di (1, 4) dan menyinggung garis 3x - 4y - 2 = 0 adalah........

A . $x^2 + y^2 + 3x - 4y - 2 = 0$
B . $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$
C . $x^2 + y^2 + 2x + 8y - 8 = 0$
D . $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$
E . $x^2 + y^2 + 2x + 8y - 16 = 0$

Jawaban : D

Penyelesaian :

Persamaan lingkaran dengan pusat (1, 4)

$(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = r^2$

$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 8x + 16 = r^2$

$x^2 + y^2 - 2x - 8x + 17 - r^2 = 0$ .... (1)

Menyinggung garis 3x - 4y - 2 = 0

$4y = 3x - 2$

$y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ .... (2)

Masukkan (1) ke (2)

$x^2 + (\frac{3}{4}x - \frac{1}{2})^2 - 2x - 8(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}) + 17 - r^2 = 0$

$x^2 + \frac{9}{16}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{4} - 2x - 6x + 4 + 17 - r^2 = 0$

$\frac{25}{16}x^2 - \frac{35}{4}x + \frac{85}{4} - r^2 = 0$

$25x^2 - 140x + 340 - 16r^2 = 0.$

Syarat menyinggung : $D = b^2 - 4ac = 0$

$(-140)^2 - 4 \cdot 25 \cdot (340 - 16r^2) = 0$

$19600 - 34000 + 1600r^2 = 0$

$1600r^2 = 14400$

$r^2 = 9$

Substitusikan ke persamaan lingkaran (1).

$x^2 + y^2 - 2x - 8y + 17 - 9 = 0$

$x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$

10 . Salah satu persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ yang tegak lurus garis $2y - x + 3 = 0$ adalah ....

A . $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\sqrt{5}$

B . $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\sqrt{5}$

C . $y = 2x - 5\sqrt{5}$

D . $y = -2x + 5\sqrt{5}$

E . $y = 2x + 5\sqrt{5}$

Jawaban : D

Penyelesaian :

Persamaan lingkaran :

$x^2 + y^2 = 25$

Persamaan garis :

$2y - x + 3 = 0$

$2y = x - 3$

$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

Gradiennya = $\frac{1}{2}$

Maka garis yang tegak lurus memiliki gradien = -2

Persamaan garis singgungnya : $y = mx + c$

$y = -2x + c$

Substitusikan ke persamaan lingkaran.

$x^2 + y^2 = 25$

$x^2 + (-2x + c)^2 = 25$

$x^2 + 4x^2 - 4xc + c^2 - 25 = 0$

$5x^2 - 4xc + c^2 - 25 = 0$

Syarat garis singgung : D = 0

$(-4c)^2 - 4(5)(c^2 - 25) = 0$

$16c^2 - 20c^2 + 500 = 0$

$-4c^2 + 500 = 0$

$4c^2 = 500$

$c^2 = 125$

$c = \pm 5\sqrt{5}$

Jadi persamaan garis singgung 1 : $y = -2x + 5\sqrt{5}$

garis singgung 2 : $y = -2x - 5\sqrt{5}$

11 . Nilai x yang memenuhi persamaan $2\sqrt{3}\cos^2 x - 2\sin x \cdot \cos x - 1 - \sqrt{3} = 0$, untuk $0° \leqslant x \leqslant 360°$ adalah ....

A . 45°, 105°, 225°, 285°
B . 45°, 135°, 225°, 315°
C . 15°, 105°, 195°, 285°
D . 15°, 135°, 195°, 315°
E . 15°, 225°, 295°, 315°

Jawaban : A

Penyelesaian :

$2\sqrt{3}\cos^2 x - 2\sin x \cdot \cos x - 1 - \sqrt{3} = 0$

$\sqrt{3} \cdot 2\cos^2 x - 2\sin x \cdot \cos x - 1 - \sqrt{3} = 0$

$\sqrt{3}(\cos 2x + 1) - \sin 2x - 1 - \sqrt{3} = 0$

$\sqrt{3}\cos 2x + \sqrt{3} - \sin 2x - 1 - \sqrt{3} = 0$

$\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x - 1 = 0$

$\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x = 1$

$\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x = k\cos(2x - q)$

$k\cos q = \sqrt{3}$

$k\sin q = -1$

Maka :

$$\tan q = \frac{k\sin q}{k\cos q} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$q = 150°$

$$k = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

$2\cos(2x - 150°) = 1$

$\cos(2x - 150°) = \frac{1}{2}$

$2x - 150° = \pm 60° + k \cdot 360°$

$2x = \pm 60° + 150° + k \cdot 360°$

$x = \pm 30° + 75° + k \cdot 180°$

$x_1 = 30° + 75° + k \cdot 180° = 105° + k \cdot 180°$

$x_1 = 105°, 285°$

$x_2 = -30° + 75° + k \cdot 180° = 45° + k \cdot 180°$
$x_2 = 45°, 225°$

Jadi nilai x yang memenuhi persamaan : 45°, 105°, 225°, 285°

12 . Seutas tali dipotong menjadi 7 bagian dan panjang masing-masing potongan membentuk barisan geometri. Jika panjang potongan tali terpendek sama dengan 6 cm dan panjang potongan tali terpanjang sama dengan 384 cm, panjang keseluruhan tali tersebut adalah........

A . 378 cm	D . 762 cm
B . 390 cm	E . 1.530 cm
C . 570 cm	

Jawaban : D
Penyelesaian :
Deret geometri :
n = 7
$U_1 = a = 6$
$U_7 = ar^6 = 384$
$6r^6 = 384$
$r^6 = 64$
$r = 2$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{6(1-2^7)}{1-2} = \frac{6(1-128)}{-1}$$
$$= \frac{6(1-128)}{-1} = \frac{6(-127)}{-1} = 762$$

Jadi panjang keseluruhan tali = 762 cm.

13 . Seorang anak menabung di suatu bank dengan selisih kenaikan tabungan antar bulan tetap. Pada bulan pertama sebesar Rp 50.000,00, bulan kedua Rp 55.000,00, bulan ketiga Rp 60.000,00, dan seterusnya.
Besar tabungan anak tersebut selama 2 tahun adalah ....

A . Rp 1.315.000,00	D . Rp 2.580.000,00
B . Rp 1.320.000,00	E . Rp 2.640.000,00
C . Rp 2.040.000,00	

Jawaban : D
Penyelesaian :
Tabungan membentuk deret aritmatika :
a = 50.000
b = 55.000 - 50.000 = 5.000
n = 2 x 12 = 24

$$S_n = \frac{1}{2} n (2a + (n - 1) b)$$
$$S_{24} = \frac{1}{2} \cdot 24 (2 \cdot 50000 + 23 \cdot 5000)$$

$= 12\ (100000 + 115000) = 12\ (215000) = \text{Rp } 2.580.000{,}00$

14 . Matriks X berordo (2 x 2) yang memenuhi :

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ adalah ....

A . $\begin{pmatrix} -6 & -5 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$

B . $\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

C . $\begin{pmatrix} -6 & -5 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

D . $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

E . $\begin{pmatrix} 12 & 10 \\ -10 & -8 \end{pmatrix}$

Jawaban : A

Penyelesaian :

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Ingat rumus : AX = B, maka X = A^{-1} B

$$X = \frac{1}{4-6}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{-2}\begin{pmatrix} 12 & 10 \\ -10 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -5 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

15 . Diketahui A(1, 2, 3), B(3, 3, 1), dan C(7, 5, -3). Jika A, B, dan C segaris (kolinier), perbandingan $\overrightarrow{AB} : \overrightarrow{BC}$ = ...

A . 1 : 2

B . 2 : 1

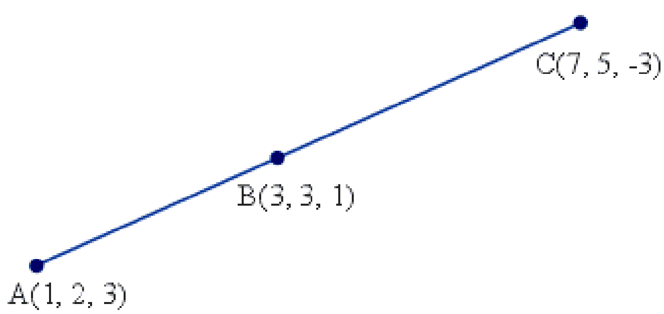
C . 2 : 5

D . 5 : 7

E . 7 : 5

Jawaban : A

Penyelesaian :



$$\overrightarrow{AB} = \sqrt{(1-3)^2 + (2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (1)^2 + (2)^2}$$
$$= \sqrt{4+1+4} = \sqrt{9} = 3$$
$$\overrightarrow{BC} = \sqrt{(3-7)^2 + (3-5)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2 + (4)^2}$$
$$= \sqrt{16+4+16} = \sqrt{36} = 6$$
$$\overrightarrow{AB} : \overrightarrow{BC} = 3 : 6 = 1 : 2$$

16 . Persamaan peta suatu kurva oleh rotasi pusat O bersudut $\frac{1}{2}\pi$, dilanjutkan dilatasi (0, 2) adalah $x = 2 + y - y^2$. Persamaan kurva semula adalah ....

A . $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$

B . $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 4$

C . $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$

D . $y = -2x^2 + x + 1$

E . $y = 2x^2 - x - 1$

Jawaban : E

Penyelesaian :

Rotasi $\frac{1}{2}\pi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, dilatasi (0, 2) = $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Rotasi (0, $\frac{1}{2}\pi$) dilanjutkan dilatasi (0, 2) :

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}y' \\ -\frac{1}{2}x' \end{pmatrix}$$

Maka :

$x = \frac{1}{2}y' \rightarrow y' = 2x$

$y = -\frac{1}{2}x' \rightarrow x' = -2y$

Hasil rotasi dan dilatasi :

$x' = 2 + y' - y'^2$

$-2y = 2 + 2x - (2x)^2$

$-2y = 2 + 2x - 4x^2$

$-y = 1 + x - 2x^2$

$y = 2x^2 - x - 1$

17 . Setiap awal tahun Budi menyimpan modal sebesar Rp 1.000.000,00 pada suatu bank dengan bunga majemuk 15% per tahun. Jumlah modal tersebut setelah akhir tahun kelima adalah ....

A . Rp 1.000.000,00 . $(1{,}15)^5$

B . Rp 1.000.000,00 . $\frac{(1{,}15^5 - 1)}{0{,}15}$

C . Rp 1.000.000,00 . $\frac{(1{,}15^4 - 1)}{0{,}15}$

D . Rp 1.150.000,00 . $\frac{(1{,}15^5 - 1)}{0{,}15}$

E . Rp 1.150.000,00 . $\frac{(1{,}15^4 - 1)}{0{,}15}$

Jawaban : A

Penyelesaian :

Diketahui : M_o = Rp 1.000.000,00

$p = 15\% = 0{,}15$

$n = 5$

Rumus bunga majemuk :

$$M_n = M_o (1 + p)^n$$

$$M_5 = 1.000.000\ (1 + 0{,}15)^5$$

$$M_5 = 1.000.000\ (1{,}15)^5$$

18 . Hasil dari $\int_0^1 3x\sqrt{3x^2+1}\,dx$ = ...

A . $\frac{7}{2}$

B . $\frac{8}{3}$

C . $\frac{7}{3}$

D . $\frac{4}{3}$

E . $\frac{2}{3}$

Jawaban : C

Penyelesaian :

Misalkan : $u = 3x^2 + 1$

$$du = 6x\,dx \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}\,du = 3x\,dx$$

$$\int_0^1 3x\sqrt{3x^2+1}\,dx = \int_0^1 \frac{1}{2}\sqrt{u}\,du = \int_0^1 \frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}}\,du$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot u^{\frac{3}{2}}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}\cdot u^{\frac{3}{2}}\Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{3}\cdot(3x^2+1)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{3}\cdot(3.1^2+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}\cdot(3.0^2+1)^{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{1}{3}\cdot(4)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}\cdot(1)^{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{7}{3}$$

19 . Nilai dari $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x}{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+2x}}$ = ...

A . -2
B . 0
C . 1
D . 2
E . 4

Jawaban : A

Penyelesaian :

$$\lim_{x \to 0} \frac{4x}{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+2x}} = \lim_{x \to 0} \frac{4x}{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+2x}} \cdot \frac{\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x}}{\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x}}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{4x(\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x})}{1-2x-1-2x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{4x(\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x})}{-4x}$$

$$= \lim_{x \to 0} -(\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x})$$

$$= -(\sqrt{1-0} + \sqrt{1+0}) = -(1+1) = -2$$

20 . Nilai dari $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x - \sin 3x \cos 2x}{2x^3}$ = ...

A . $\frac{1}{2}$
B . $\frac{2}{3}$
C . $\frac{3}{2}$
D . 2
E . 3

Jawaban : E

Penyelesaian :

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x - \sin 3x \cos 2x}{2x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x(1-\cos 2x)}{2x^3}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x(2\sin^2 x)}{2x^3}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x \, . \, \sin^2 x}{x^3}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{3x} \cdot \frac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \frac{3}{1}$$

$$= 1 \, . \, 1 \, . \, 3 = 3$$

21 . Suatu perusahaan menghasilkan produk yang dapat diselesaikan dalam x jam, dengan biaya per jam (4x - 800 + $\frac{120}{x}$) ratus ribu rupiah . Agar biaya minimum, produk tersebut dapat diselesaikan dalam waktu ....

A . 40 jam
B . 60 jam
C . 100 jam
D . 120 jam
E . 150 jam

Jawaban : C

Penyelesaian :

Misalkan : B = Biaya yang diperlukan.

B = (4x - 800 + $\frac{120}{x}$) x

B = $4x^2$ - 800x + 120

Untuk mencari nilai minimum cari turunan dari B.

B' = 8x - 800 = 0

8x = 800

x = 100

Jadi proyek tersebut dapat diselesaikan dalam waktu 100 jam.

22 . Persamaan gerak suatu partikel dinyatakan dengan rumus x = f(t) = $\sqrt{3t+1}$ (s dalam meter dan t dalam detik). Kecepatan partikel pada saat t = 8 detik adalah ....

A . $\frac{3}{10}$ m/detik
B . $\frac{3}{5}$ m/detik
C . $\frac{3}{2}$ m/detik
D . 3 m/detik
E . 5 m/detik

Jawaban : A

Penyelesaian :

s = f(t) = $\sqrt{3t+1}$

Kecepatan adalah turunan dari jarak = f '(t)

$$v = f'(t) = \frac{1}{2}(3t+1)^{-\frac{1}{2}}.3 = \frac{3}{2\sqrt{3t+1}}$$

$$f'(8) = \frac{3}{2\sqrt{3\ .\ 8+1}} = \frac{3}{2\sqrt{25}} = \frac{3}{10}$$

23 . Turunan dari F(x) = $\sqrt[3]{\cos^2(3x^2+5x)}$ adalah F '(x) = ...

A . $\frac{2}{3}$ $\cos^{-\frac{1}{3}}(3x^2 + 5x) \sin(3x^2 + 5x)$

B . $\frac{2}{3}$ $(6x + 5) \cos^{-\frac{1}{3}}(3x^2 + 5x)$

C . $-\frac{2}{3}$ $\cos^{-\frac{1}{3}}(3x^2 + 5x) \sin(3x^2 + 5x)$

D . $-\frac{2}{3}$ $(6x + 5) \tan(3x^2 + 5x) \sqrt[3]{\cos^2(3x^2+5x)}$

E . $\frac{2}{3}$ $(6x + 5) \tan(3x^2 + 5x) \sqrt[3]{\cos^2(3x^2+5x)}$

Jawaban : D

Penyelesaian :

$$F'(x) = \frac{2}{3}\cos^{-\frac{1}{3}}(3x^2+5x)\,.(-\sin(3x^2+5x))\,.(6x+5)$$

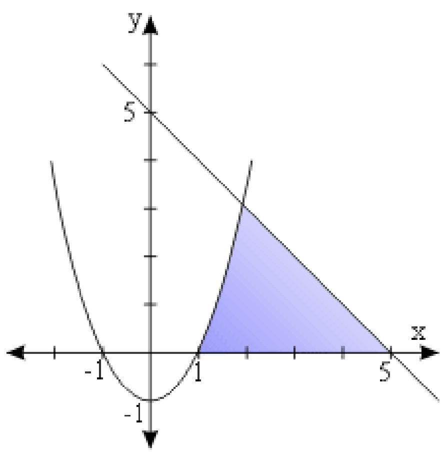
$$= -\frac{2}{3}\,.(6x+5)\,.\,\frac{\sin(3x^2+5x)}{\cos^{\frac{1}{3}}(3x^2+5x)}$$

$$= -\frac{2}{3}\,.(6x+5)\,.\,\frac{\sin(3x^2+5x)}{\cos(3x^2+5x)}\,.\,\frac{\cos(3x^2+5x)}{\cos^{\frac{1}{3}}(3x^2+5x)}$$

$$= -\frac{2}{3}\,.(6x+5)\,.\tan(3x^2+5x)\,.\cos^{\frac{2}{3}}(3x^2+5x)$$

$$= -\frac{2}{3}\,.(6x+5)\,.\tan(3x^2+5x)\,.\sqrt[3]{\cos^2(3x^2+5x)}$$

24 . Luas daerah yang diarsir pada gambar di bawah ini adalah ....



A . $4\frac{1}{2}$ satuan luas

B . $5\frac{1}{6}$ satuan luas

C . $5\frac{5}{6}$ satuan luas

D . $13\frac{1}{6}$ satuan luas

E . $30\frac{1}{6}$ satuan luas

Jawaban : C

Penyelesaian :

Persamaan garis lurus :

m = $\frac{0-5}{5-0} = \frac{-5}{5}$ = -1

y = mx + c

y = -x + c

Melewati titik (5, 0) : y = -x + c

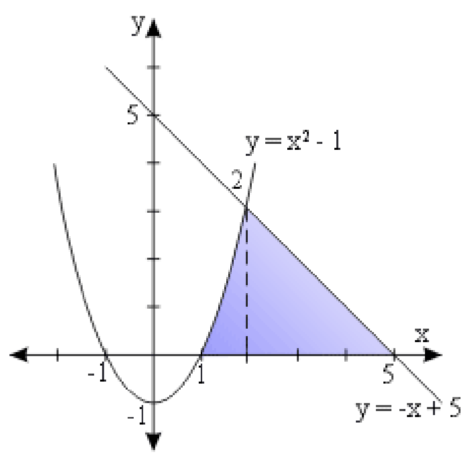
0 = -5 + c

c = 5

Jadi persamaan garisnya : y = -x + 5

Persamaan Parabola :
Puncak parabola (0, -1)
$y - y_1 = a(x - x_1)^2$
$y + 1 = a(x - 0)^2$
$y = a \cdot x^2 - 1$
Melalui titik (1, 0) : $y = a \cdot x^2 - 1$
$0 = a \cdot 1^2 - 1$
$a = 1$
Jadi persamaa Parabola : $y = a \cdot x^2 - 1$
$y = x^2 - 1$

Perpotongan Garis dan Parabola :
$y = -x + 5$
$x^2 - 1 = -x + 5$
$x^2 + x - 6 = 0$
$(x + 3)(x - 2) = 0$
$x_1 = -3, x_2 = 2$
Yang dipakai x = 2.



Luas daerah yang diarsir :

$$= \int_1^2 (x^2 - 1)\ dx + \int_2^5 (-x + 5)\ dx$$

$$= \frac{1}{3}x^3 - x\Big|_1^2 + \left(-\frac{1}{2}x^2 + 5x\right)\Big|_2^5$$

$$= \left(\frac{1}{3} \cdot 2^3 - 2\right) - \left(\frac{1}{3} \cdot 1^3 - 1\right) + \left(-\frac{1}{2} \cdot 5^2 + 5 \cdot 5\right) - \left(-\frac{1}{2} \cdot 2^2 + 5 \cdot 2\right)$$

$$= \left(\frac{8}{3} - 2\right) - \left(\frac{1}{3} - 1\right) + \left(-\frac{25}{2} + 25\right) - (-2 + 10)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{25}{2} - 8 = \frac{4 + 4 + 75 - 48}{6} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$$

25 . Hasil dari $\int \cos^5 x \, dx$ = ...

A . $-\frac{1}{6} \cos^6 x \sin x + C$

B . $\frac{1}{6} \cos^6 x \sin x + C$

C . $-\sin x + \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x + C$

D . $\sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x + C$

E . $\sin x + \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x + C$

Jawaban : D

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\int \cos^5 x \, dx &= \int \cos x (\cos^4 x) \, dx = \int \cos x (\cos^2 x)^2) \, dx \\ &= \int \cos x (1 - 2\sin^2 x + \sin^4 x) \, dx \\ &= \int \cos x \, dx - 2\int \sin^2 x \cos x \, dx + \int \sin^4 x \cos x \, dx \\ &= \sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x + C\end{aligned}$$

26 . Pada kubus PQRS.TUVW dengan panjang rusuk a satuan, terdapat bola luar dinyatakan B_1 dan bola dalam dinyatakan B_2. Perbedaan Volume bola B_1 dan bola B_2 adalah ....

A . $3\sqrt{3} : 1$

B . $2\sqrt{3} : 1$

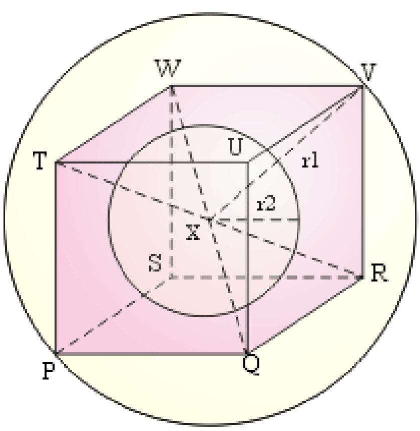
C . $\sqrt{3} : 1$

D . 3 : 1

E . 2 : 1

Jawaban : A

Penyelesaian :



Cari panjang jari-jari lingkaran luar = r_1

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$
$PR^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$
$PR = a\sqrt{2}$

$PV^2 = PR^2 + RV^2$
$PV^2 = 2 \cdot a^2 + a^2 = 3 \cdot a^2$
$PV = a\sqrt{3}$

$r_1 = \frac{1}{2}$ PV = $\frac{1}{2}$ a $\sqrt{3}$

Cari panjang jari-jari lingkaran dalam :

$r_2 = \frac{1}{2}$ PQ = $\frac{1}{2}$ a

Volume B1 : Volume B2 = $\frac{4}{3}$ π r_1^3 : $\frac{4}{3}$ π r_2^3 = r_1^3 : r_2^3

$= (\frac{1}{2}\ a\sqrt{3})^3 : (\frac{1}{2}\ a)^3$

$= \frac{1}{8}\ a^3\ 3\sqrt{3} : \frac{1}{8}\ a^3$

$= 3\sqrt{3} : 1$

27 . Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk $\sqrt{3}$ cm dan T pada AD dengan panjang AT = 1 cm. Jarak A pada BT adalah ....

A . $\frac{1}{2}$ cm

B . $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ cm

C . $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ cm

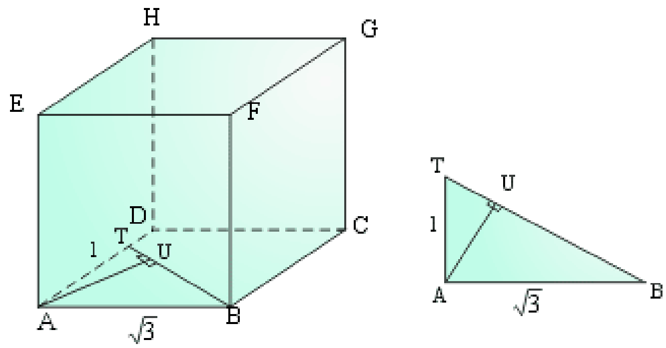
D . 1 cm

E . $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ cm

Jawaban : C

Penyelesaian :

Lihat gambar di bawah ini :



Cari panjang BT.

$BT^2 = BA^2 + AT^2$

$BT^2 = 3 + 1 = 4$

BT = 2

AU merupakan jarak titik A dengan BT.

Untuk mencari AU gunakan rumus luas segitiga :

$\frac{1}{2}$ AB . AT = $\frac{1}{2}$ BT . AU

$$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot AU$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3} = AU$$

$$AU = \frac{1}{2}\sqrt{3} \text{ cm}$$

28 . Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 4 cm. Titik P dan Q masing-masing terletak pada pertengahan CG dan HG. Sudut antara BD dan bidang BPQE adalah $\propto$, nilai tan $\propto$ = ...

A . $\frac{3}{8}\sqrt{2}$

B . $\frac{3}{4}\sqrt{2}$

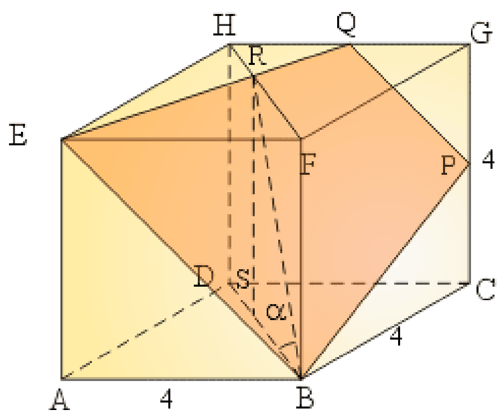
C . $\sqrt{2}$

D . $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

E . $2\sqrt{2}$

Jawaban : B

Penyelesaian :



tan $\propto$ = tan $\angle$BRS

Dimana : RS = BF = 4

$$BS = FR = \frac{2}{3}\ FH = \frac{2}{3} \cdot 4\sqrt{2} = \frac{8}{3}\sqrt{2}$$

Jadi :

$$\tan\alpha = \frac{RS}{BS} = \frac{4}{\frac{8}{3}\sqrt{2}} = \frac{12}{8\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{16} = \frac{3}{4}\sqrt{2}$$

29 . Tanah seluas 10.000 m² akan dibangun rumah tipe A dan tipe B. Untuk rumah tipe A diperlukan 100 m² dan tipe B diperlukan 75 m². Jumlah rumah yang dibangun paling banyak 125 unit. Keuntungan rumah tipe A adalah Rp 6.000.000,00/unit dan tipe B adalah Rp 4.000.000,00/unit. Keuntungan maksimum yang dapat diperoleh dari penjualan rumah tersebut adalah ....

A . Rp 550.000.000,00

B . Rp 600.000.000,00

C . Rp 700.000.000,00

D . Rp 800.000.000,00

E . Rp 900.000.000,00

Jawaban : B

Penyelesaian :
Misalkan : x = tipe A, y = tipe B

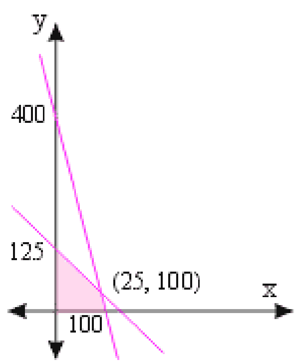
Tanah yang diperlukan :
$100x + 75y \leqslant 10000$
$4x + 3y \leqslant 400$ .... (1)

Jumlah rumah :
$x + y \leqslant 125$
$y = \leqslant 125 - x$ .... (2)

Cari titik potong dengan mensubstitusikan persamaan (2) ke (1), tanda $\leqslant$ hilangkan.

$$4x + 3y = 400$$
$$4x + 3(125 - x) = 400$$
$$4x + 375 - 3x = 400$$
$$x = 400 - 375$$
$$x = 25$$
$$y = 125 - x$$
$$y = 125 - 25 = 100$$

Buat gambar seperti di bawah ini :



Cari nilai maksimum dengan persamaan 6000000 x + 4000000 y dari titik gambar di atas.
(0, 125) $\rightarrow$ 6000000 . 0 + 4000000 . 125 = Rp 500.000.000
(100,0) $\rightarrow$ 6000000 . 100 + 4000000 . 0 = Rp 600.000.000
(25, 100) $\rightarrow$ 6000000 . 25 + 4000000 . 100 = Rp 550.000.000

Jadi keuntungan maksimumnya (yang terbesar) = Rp 600.000.000,00

30 . Diketahui premis-premis berikut :
1. Jika Budi rajin belajar maka ia menjadi pandai.
2. Jika Budi menjadi pandai maka ia lulus ujian.
3. Budi tidak lulus ujian.

Kesimpulan yang sah adalah ....

A . Budi menjadi pandai
B . Budi rajin belajar
C . Budi lulus ujian
D . Budi tidak pandai
E . Budi tidak rajin belajar

Jawaban : E

Penyelesaian :

p : Budi rajin belajar

q : Budi menjadi pandai

r : budi lulus ujian

1. $p \to q$
2. $q \to r$

Ekivalen dengan : $p \to r$

$$\begin{array}{l} p \to r \\ \underline{\quad \sim r} \\ \quad \sim p \end{array}$$

Jadi kesimpulannya ~ p : Budi tidak rajin belajar.